Combining Value-at-Risk forecasts using penalized quantile regressions

**1 Introduction**

La succession de krachs boursiers de plus en plus rapprochés, l’accroissement de la volatilité et le recours aux produits dérivés ont poussé les institutions bancaires et financières au développement d’outils sur les risques financiers.

Développée dans les années 90, la VaR s’est imposée rapidement comme un outil de référence en termes de gestions des risques. Différents modèles de VaR ont vu le jour, toutefois aucun d’entre eux ne s’est avéré meilleur que les autres. La forte dépendance de la VaR aux données est le principal défaut de ce modèle. Ainsi, un modèle parcimonieux en termes de paramètres réalisera de meilleures prévisions durant une période économique stable mais ne sera pas efficace en période de crise. A l’inverse un modèle plus technique semble plus robuste en période de crise mais se révélera moins performant que des approches simples durant des périodes plus calmes.

Face à ce constat, Sebastian Bayer, un data scientist, s'est concentré sur l'application de modèles statistiques et mathématiques à la modélisation des risques des marchés financiers. Il s'est intéressé notamment à l'optimisation combinatoire, à la recherche opérationnelle, à la modélisation prédictive et à la programmation. A partir de l’analyse de son article « Combining Value-at-Risk forecasts using penalized quantile régressions » (Bayer, 2017) nous commencerons par vérifier si la combinaison de prévisions de VaR en utilisant la régression quantile améliore la performance du modèle. Nous présenterons ensuite les résultats de la réplication des estimations réalisées par Bayer. Pour terminer, nous compléterons ses travaux en (à compléter à partir des choix effectués pour la troisième partie).

**2 Présentation**

**A Objectifs de l’étude et méthodes utilisées**

Afin d’obtenir des prévisions plus stables dans le temps et de meilleure qualité, une solution peut être de combiner les résultats obtenus à partir de différents modèles de VaR. Dans un article publié en 2006, Timmerman en a démontré trois avantages :

1. Des gains découlant de la combinaison de plusieurs approches,
2. Une robustesse contre les changements de périodes (Exemple : passage d’une période calme à une période avec plus de volatilité),
3. Une réduction des erreurs de spécification.

Toutefois, une combinaison de prévision de VaR entraîne généralement un problème de multicolinéarité puisqu’elles sont issues des mêmes données. Néanmoins, l’utilisation de la régression quantile appliquée à certains modèles permet de contrer cet effet et potentiellement d’obtenir un nombre de rejets plus faible durant la phase de backtest. Aussi à travers son papier, Bayer cherche à démontrer la meilleure efficacité des modèles ayant recours à la régression quantile par rapport à ceux nécessitant moins de paramètres.

Pour en mesurer les performances, l’étude compare les prédictions des modèles utilisant la régression quantile à celles des autres modèles. Le jeu de données utilisé est le prix à la clôture de trente entreprises du Dow Jones Industrial Average dans un horizon de temps allant du 2 janvier 1996 au 19 mars 2015, soit 4784 jours.

**B Résultats obtenus**

Les résultats obtenus seront évalués par deux approches. Premièrement, on cherchera à vérifier si le risque prédit est correct. Pour cela, on utilisera le test de couverture non conditionnelle de Kupiec (1995) ainsi que le test de couverture conditionnelle de Engle et Manganelli (2004). Dans un second temps la précision de la prévision est évaluée à l’aide du modèle de confiance de Hansen et al (2011).

Pour comparer les résultats, l’auteur s’intéresse au nombre de fois où la prévision est rejetée à un certain seuil de confiance. Pour ce faire, deux seuils sont utilisés :  
 - Premièrement, on regarde si l’hypothèse de la couverture conditionnelle est rejetée ou non au seuil de 1%. En cas de rejet, on parle de rejet sévère.   
- Dans un second temps, on vérifie que la p-value du backtest est comprise entre 1% et 10%, (?), on parle dans ce cas de rejet modéré. Un bon modèle de risque doit donc donner peu de rejets qu’ils soient sévères ou modérés.

Le nombre total de rejets pour chaque modèle est ensuite réparti entre trois fenêtres temporelles : la période totale allant de 2007 à 2014, la période de crise qui s’étend de 2007 à 2010 et enfin la période de calme entre 2011 et 2014.   
D’après les analyses de Bayer, les modèles indépendants sont ceux ayant cumulé le plus de rejets sur la période totale, en particulier les modèles HS et RiskMetrics, pourtant très populaires. Les modèles faisant appel à la combinaison d’approches sont quant à eux meilleurs que les modèles simples, démontrant ainsi leurs apports dans la prévision de la VaR.   
Puis, pendant la crise, les résultats des approches indépendantes empirent et leur nombre de rejets est multiplié par 5. Cela a pour effet de dégrader la performance des approches combinatoires, découlant d’approches élémentaires. Toutefois, ces modèles continuent à obtenir de bons résultats, en particulier ceux du Lasso et Elastic net QR.   
Enfin entre 2011 et 2014, la volatilité est moins forte, les modèles indépendants produisent de ce fait de bons résultats, ce qui a pour effet de réduire le nombre de rejets. Les techniques impliquant la distribution normale sont quant à elles toujours autant mauvaises, ce qui laisse planer le doute sur la validité de cette hypothèse. Les modèles utilisant la régression quantiles produisent les meilleurs résultats durant ce cycle.

Pour valider les résultats de ces travaux, Bayer a ensuite réalisé des tests de couverture non conditionnelle. A ce titre, il évalue le hit rate des prévisions de la VaR (i.e. le nombre de fois où la VaR est plus petite que les rendements) à l’aide du test de Kupiec. Le seuil de confiance choisi dans ses travaux de recherche étant de 1%, le hit rate de la prévision d’une VaR devrait être proche de ce taux avec des résultats compris dans un intervalle de confiance à 99 %.  
Le graphique du hit rate empirique de la VaR pointe clairement l’incapacité de la plupart des modèles indépendants à prédire un niveau de risque correct. Les approches combinatoires et celles utilisant la régression quantile présentent toutes deux de bons résultats. Néanmoins, la régression quantile sous- estime moins le risque car les hit rate y sont plus centrés autour de 1% que pour les approches combinatoires.

(recopier graphique ici)

Enfin, l’auteur a comparé la précision des modèles à l’aide du modèle MCS. La procédure MCS consiste en une séquence de tests qui permet de construire un ensemble de modèles "supérieurs", où l'hypothèse nulle de capacité prédictive égale (EPA) n'est pas rejetée à un certain niveau de confiance. Par ce biais, Bayer évalue les écarts entre les prévisions données par les modèles avec les réalisations pour les trois périodes de temps. Il compte ensuite le nombre de fois où un modèle se situe dans l’intervalle supérieur aux 90% des meilleurs modèles puis celui des 75%. Plus un modèle est présent dans cet intervalle, meilleur est son pouvoir prédictif. Pour compléter cette analyse et classer les modèles en fonction de leurs performances relatives, Bayer s’est intéressé à la moyenne des p-value de chaque modèle.

**C Limites**

**3 Présentation des résultats après réplication des estimations**

**4 Extension et complément**

(1) la date prévue pour vos soutenances à Dauphine est le samedi 6 février.

(2) Vous devez renvoyer une semaine avant :

une note de synthèse de 5 pages de votre travail (tapée en Tex)

votre présentatation en utilisant BEAMER  (Tex et non powerpoint)

l'ensemble des codes faits, des données utilisées, des résultats obtenus.

langages autorisés : Matlab, R, Python

Les codes devront pouvoir être exécutés (immédiatement) par les enseignants (sans correction des chemins, etc) .

Envoi des livrables  sur  chaficmerhy@yahoo.com et philippe.bernard@dauphine.fr

 (3)  Les objectifs de votre travail :

(a) présenter le papier, son objectif, ses méthodes, ses résultats, ses limites, le situer dans la littérature du sujet;

(b) en répliquer les estimations/simulations aussi étroitement que possible (compte tenu des données disponibles),

(c) proposer des extensions, des compléments (par exemple : variantes sur les méthodes, estimations sur d'autres jeux de données, confrontation avec d'autres travaux, etc).

Note

Modele DC

En fait, un modèle qui

ne satisfait pas à la propriété d'indépendance peut conduire à des regroupements de violations (pour une

), même si le nombre moyen de violations est correct. Par conséquent, il ne doit pas y avoir de

la dépendance de la variable des violations, quel que soit le taux de couverture considéré.